PRUEBA ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR

Junio 2017
PARTE COMÚN: MATEMÁTICAS

DATOS DEL ASPIRANTE		CALIFICACIÓN PRUEBA	
Apellidos:		Nombre:	
DNI o Pasaporte:	Fecha de nacimiento: / /		

Instrucciones:

- **Lee atentamente las preguntas antes de contestar.**
- **La puntuación máxima de cada pregunta está indicada en cada enunciado.**
- **Revisa cuidadosamente la prueba antes de entregarla.**

1. Un alumno para encontrar la solución de un problema plantea el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 2a+b-c=3 \\ a-b+c=-1 \\ a+2b-2c=0 \end{cases}$$

(2 puntos; 1,5 el apartado A y 0,5 puntos el apartado B)

A. Demuestra mediante el Teorema de Rouché que el planteamiento no puede ser correcto pues no tiene solución.

Primero tomamos la matriz de los coeficientes A, y calculamos su rango.

$|2| \neq 0$

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -2-1=-3 \neq 0$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \end{vmatrix} = 4-2+1-1-4+2=0$$

El rango de la matriz de los coeficientes es 2.

Comprobamos el rango de la matriz ampliada tomando el siguiente menor:

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 0+6-1+3+4-0=12$$

Luego el rango de la matriz ampliada es 3, por lo que según el Teorema de Rouché el sistema es incompatible.

B. Si eliminamos la última ecuación y prescindimos de la variable *c*, obtenemos un nuevo sistema de ecuaciones. Calcula su solución.

Resolvemos el sistema resultante:

$$\begin{cases} 2a+b=3 \\ a-b=-1 \end{cases} \rightarrow 3a=2 \rightarrow a=\frac{2}{3} \rightarrow b=\frac{2}{3}+1=\frac{5}{3}$$

2. El prospecto de un fármaco dice que puede causar efectos secundarios en 3 de cada 100 pacientes. Para contrastar esta afirmación, las autoridades sanitarias eligen al azar a 20 pacientes a los que suministran el fármaco.
(2 puntos; 1 punto cada apartado).

A. Averigua la probabilidad de que ningún paciente tenga efectos secundarios.

Llamamos X a la variable aleatoria discreta que expresa el número de pacientes con efectos secundarios, y se distribuye según una binomial de parámetros n=20 y p=0,03.

La probabilidad de que ningún paciente tenga efectos secundarios

$$P(X=0)=\binom{20}{0}\cdot 0,97^{20}=0,5438$$

B. Calcula la probabilidad de que tengan efectos secundarios menos de 3 pacientes.

La probabilidad de que tengan efectos secundarios menos de 3 pacientes:

$$P(X<3)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)=\binom{20}{0}\cdot 0,97^{20}+\binom{20}{1}\cdot 0,97^{19}\cdot 0,03^{1}+\binom{20}{2}\cdot 0,97^{18}\cdot 0,03^{2}=0,979$$

3. Se ha determinado que entre las horas de sueño de los habitantes de una población y el número de hermanos que tienen, no existe relación. Si consideramos la distribución bidimensional que relaciona ambas variables: (2 puntos; 0,5 puntos cada apartado).

A. Indica razonadamente cuál sería el coeficiente de correlación lineal de Pearson.
Cuando en una distribución bidimensional, las distribuciones marginales no guardan relación el coeficiente de correlación de Pearson vale 0 (r=0).

B. A partir del resultado anterior, averigua cuánto vale la covarianza de la distribución.
Como el coeficiente de correlación de Pearson se define como el cociente entre la covarianza y el producto de las desviaciones típicas marginales:

$$r=\frac{S_{XY}}{S_X S_Y}\rightarrow 0=\frac{S_{XY}}{S_X S_Y}\rightarrow S_{XY}=0$$

Luego la covarianza también vale 0.

C. Si la media de las horas de sueño es de 7,2 y la del número de hermanos 2,3. Calcula las rectas de regresión.

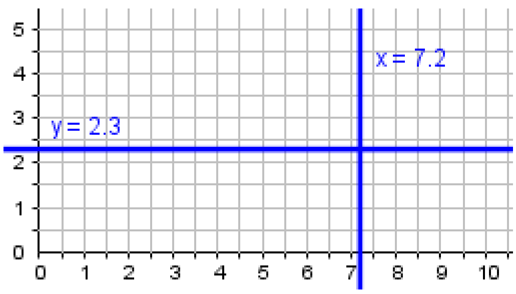
Las rectas de regresión serían:

y=2,3

x=7,2

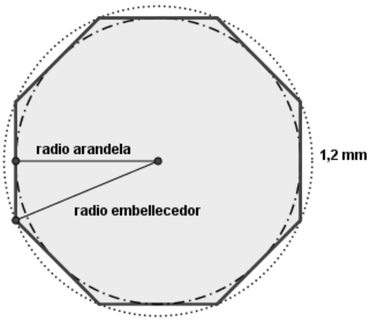
D. Representa dichas rectas e indica qué posición tienen en el plano.

Ambas rectas son perpendiculares:

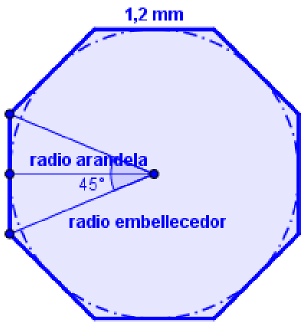


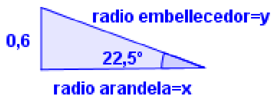
4. Un mueble contiene tornillos con cabeza octogonal de lado 1,2 mm. Además de los tornillos, necesitamos una arandela, y un embellecedor de forma circular que tape el tornillo de manera que ambas piezas sean lo más pequeñas posible. (2 puntos, 1 por apartado)

Ayuda: Para resolver este problema debemos recordar que el ángulo central de un polígono regular se obtiene dividiendo 360° entre el número de lados del polígono.



A. Calcula el radio de la arandela (coincide con la apotema del octógono).





$$tag(22,5)=\frac{0,6}{x}\rightarrow x=\frac{0,6}{0,41}=1,46\ mm$$

$$sen(22,5)=\frac{0,6}{y}\rightarrow y=\frac{0,6}{0,38}=1,58\ mm$$

El radio de la arandela es de 1,46 mm.

B. Averigua el radio del embellecedor.
El radio del embellecedor es de 1,58 mm.

5. Observa la siguiente tabla que relaciona dos variables:

x	0	1	2	3	4
f(x)	0	1	8	27	64

(2 puntos; 0,5 puntos cada apartado)

A. Halla la expresión analítica que relaciona las dos variables.
Las imágenes de x se van obteniendo al elevar a 3. Luego la expresión es $f(x)=x^3$

B. A partir de la expresión anterior, completa la siguiente tabla de valores:

x	-1	-2	-3
f(x)	-1	-8	-27

C. Indica de qué tipo de función se trata y si presenta alguna simetría.
Es una función polinómica de grado 3 con simetría impar ya que se cumple que f(-x)=-f(x)

D. Representa gráficamente la función.